**Лекция №1. Аксиомы статики. Связи и их реакции.**

***Цель*:** Изучить основные понятия и аксиомы раздела статики.

**Тема 1. Основные понятия статики**

*Основной задачей статики* является изучение общих законов равновесия материальных точек и твердых тел.

Для изучения законов равновесия статики необходимо знать следующие понятия.

**Материальная точка** — это условно принятое тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием, на котором оно находится.

**Абсолютно твердое тело** — это условно принятое тело, которое не дефор­мируется под действием внешних сил.

**Сила** — это векторная величина, характеризующая взаимодействие меж­ду телами. Действие силы характеризуется тремя факторами: *точкой прило­жения, направлением, численным значением* (рис. 1.1). За единицу силы принимается 1 Н: 1 кН = 103 Н; 1 МН = 106 Н.

**Обозначение** различных типов **сил**: *F* — внешняя сила; *Fx, Fy* — проекция силы на ось *х* и *у* соответственно; *R —* реакция опоры или связи; *F*Σ *—* равнодействующая сила.

**Система сил** — это совокупность всех сил, действующих на тело. **Две силы** или две системы сил **называются эквивалентными**, если они ока­зывают на тело одинаковое действие.

**Равнодействующей** называется сила, которая оказывает такое же действие *на тело, как и несколько сил, вместе взятых. Равнодействующая сила равна* геометрической сумме всех сил, действующих на тело:



где *i —* 1, 2,..., *п* — порядковый номер силы.

**Уравновешивающей** называется такая сила, которая равна по величине равнодействующей силе, но направлена в противоположную сторону.

**Тема 2. Основные аксиомы статики**

В основу статики положено пять аксиом.

**1. Принцип инерции:** материальная точка находится вравновесии, если равнодействующая всех сил, действующих на нее, равна нулю, т.е.

**2.Принцип равенства двух сил:** две силы, действующие на одно тел о, яв­ляются *взаимоуравновешивающими,* если они равны по величине, противополож­ны по направлению и лежат на одной прямой (рис. 1.2).

**3.Принцип присоединения или исклю­чения взаимоуравновешивающих сил:** меха­ническое состояние тела не изменится, если к нему присоединить или исключить взаимоуравновешивающую систему сил (рис. 1.3).

**4.Принцип параллелограмма:** равно­действующая двух сил, приложенных к телу в одной точке и направленных друг к другу под углом, равна геометрической сумме этих сил и изображается диагона­лью параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах (рис. **1**.4).



**5. Принцип действия и противодей­ствия:** силы, с которыми два тела дей­ствуют друг на друга, равны по величине, противоположны по направлению и ле­жат на одной прямой (однако не уравно­вешивают друг друга, так как приложены к разным телам) (рис. 1.5).

**Тема 3. Связи и их реакции**

**Свободное тело** — это тело, движению которого ничто не препятствует.

**Несвободное тело** — это тело, движению которого препятствуют другие тела.

**Связь** — это тело, которое препятствует движению других тел. **Реакция связи** — это сила, с которой связь действует на тело, препятствуя его движению. Существуют шесть основных типов связи: 1) *в виде гладкой поверхности* (поверхность стола,
ровной дороги). Реакция связи направлена перпендикулярно поверхности связи (рис 1.6);

2) *в виде шероховатой поверхности.* Условно изображается наклонной плоскостью (рис 1.7). Полная

реакция связи *R* направлена под углом β (*Rn* — нор­мальная реакция опоры);

3) *в виде прямого жесткого стержня с шарнирным
закреплением концов.* Реакция стержня направлена
вдоль его оси (рис 1.8);

4) *в виде точечной опоры.* Реакция направлена перпендикулярно поверхности опоры (рис 1.9);

5) *в виде ребра двухгранного угла.* Реакция направ­лена перпендикулярно поверхности тела опор (рис. 1.10);

6) *в виде гибкой связи* (ремень, канат, цепь). Реак­ция направлена вдоль связи (рис 1.11).

**Лекция №2 Плоская система сходящихся сил.**

**Цель:** Изучить плоскую систему сходящихся сил и ее равновесие.

**Тема 4. Системы сил и условия их равновесия**

 ***Плоская система сходящихся сил и условие ее равновесия***

 **Плоской системой сходящихся сил** называется система сил, линии дей­ствия которых лежат в одной плоскости и пересека­ются в одной точке (рис. 1.12).

Чтобы выяснить, будет ли данное тело находить­ся в равновесии под действием плоской системы схо­дящихся сил, необходимо найти ее равнодейству­ющую силу. Если равнодействующая равна нулю, си­стема находится в равновесии, если не равна нулю — не находится в равновесии. *Существует два способа определения равнодей­ствующей* силы плоской системы сходящихся сил: геометрический и аналитический.

 **Геометрический способ определения равнодейству­ющей** — построение силового многоугольника: в про­извольно выбранную точку переносится объект рав­новесия, в эту точку помещается начало первого вектора, перенесенного параллельно самому себе; к концу первого вектора переносится начало вто­рого вектора, к концу второго — начало третьего и т.д.

Если построенный силовой многоугольник окажется незамкнутым, зна­чит, данная система сил не находится в равновесии. В этом случае вектор равнодействующей силы соединит начало первого вектора с концом послед­него (рис. 1.13, *а).*

**Геометрическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил** за­ключается в замкнутости силового многоугольника, т.е. при построе­нии силового многоугольника конец последнего вектора совпадает с нача­лом первого (рис. 1.13,6).

**Аналитический способ определения равнодействующей:** все силы проекти­руются на две взаимно перпендикулярные оси координат, а затем находится алгебраическая сумма проекций всех сил на ось *х* и ось *у.* Если алгебраичес­кая сумма проекций всех сил равна нулю, данная система сил находится в равновесии. **Аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил:**



**Осью координат** называется произ­вольно выбранный направленный от­резок прямой (рис. 1.14).

**Проекция силы на ось координат** — отрезок оси, отсекаемый перпендику­лярами, опущенными из начала и кон­ца вектора (рис. 1.15).



***Плоская система пар сил и условие ее равновесия***

Если на тело, закрепленное в некоторой точке *А,* действует сила *F* , то тело повернется относительно этой точки. Вращательное движение тела характеризуется *вращающим моментом М.*

**Моментом силы *F* относительно точки** *А* называется величина, численно равная произведению силы на плечо (рис. 1.16):

где *l*— плечо (перпендикуляр, опущенный из точки на линию действия силы). За единицу вращающего момента принимается 1 Нм: 1кНм=103Нм.

**Парой сил** называется система двух сил, равных по величи­не, противоположных по направлению и не лежащих на одной прямой (рис. 1.17).

Пара сил оказывает на тело вращающее действие, которое характеризуется *враща­ющим моментом М.*

**Вращающий момент пары сил** равен произ­ведению одной из сил пары на плечо:

где *h* — плечо пары сил (перпендикуляр, восстановленныймежду линиями действия сил). Пара сил на схемах изображается дугооб­разной стрелкой (рис. 1.18). *Пару сил* нельзя заменить од­ной равнодействующей силой. *Пара сил не имеет* проекций на оси координат. Если на тело действует несколько пар сил, то их можно за­менить одной равнодействующей парой, момент которой равен алгеб­раической сумме моментов слага­емых пар сил, действующих на тело (рис. 1.19):



Две пары сил называются **эквивалентными,** если они оказывают на тело одинаковое действие. У эквивалентных пар сил вращающие моменты должны быть одинаковы как по величине, так и по направлению.

**Условие равновесия плоской системы пар сил:** алгебраическая сумма мо­ментов слагаемых пар сил должна быть равна нулю, т.е.



**Тест – задания для самопроверки по лекциям №1-2**

|  |
| --- |
| 1. Какие законы равновесия изучает статика – |
| 2.Что такое сила в статике, от чего зависит и чем характеризуется **–**  |
| 3. Какие аксиомы характеризуют данные рисунки (дать определение), вчем их разница и что вних общего. |
| 4. Что характеризует данная схема , и как определяется на ней сила FΣ  |
| 5. Что называется связью в статике, и какие типы приняты в расчетных схемах –  |
| 6. Определите проекцию равнодействующей силы на ось *Ох если известно F1 = 10 кН; F2 =20кН; F3 =30 кН**Тест ст* |
| 7. Как понятие «момент силы» связано с понятием «пара сил» -  |
| 8.Запишите условие равновесия плоской системы сил  |
| 9. Проверьте условие равновесия ситемы представленной на рисунке 1.19 если *F1 = 10 кН F2=10кН h1=5 м F3 = 25кН F4 =25кН h2 = 1.5м* |
| 10. Что называется геометрическим условием равновесия плоской системы сил , и чем оно отличается от аналитического условия равновесия |

**Задача №1. (подставь и посчитай)**

**Определение реакций системы сходящихся сил.**

*Определить реакции стержней консольного*

*крана , удерживающих груз весом*

 *F1 кН (рис. 1),*

 *рассматривая их как систему*

*сходящихся сил. Массой стержней пренебречь.*

 Дано: *F= кН*

Найти: *R1* , *R2*

Решение.

1. Рассматриваем равновесие шарнира *В* (рис. 1) рис .1

*y*

*y*

R1

R1

А

В

35

R2

B

*x*

B

35

R2

35

*x*

35

55

55

С

F

F

F

 а) б) в)

Рис. 2.Основная схема расчета (а), векторная схема решения (б), проверочная векторная схема (в).

1. Освобождаем шарнир *В* от связей и изображаем действующие
на него активные силы и реакции, связей (рис. *1,6).*
2. Выбираем систему координат, совместив ось xпо направлению
с реакцией *R2* (рис. 1,6) и составляем уравнения равновесия для
системы сил, действующих на шарнир *В:*

; (1)

; (2)

4. Определяем реакции стержней *R1* и *R2,* решая уравнения (1), (2).

 Из уравнения (1)

 кН.

 Подставляя найденное значение *R1 в уравнение* (1), получаем

 кН.

Знак минус перед значением *R2* указывает на то, что первоначально выбранное направление реакции неверное — следует направить реак­цию *R2* в противоположную сторону.

1. Проверяем правильность полученных результатов, выбрав новое
расположение осей координат *х и у* (рис. 2,в ). Относительно этих осей
составляем уравнения равновесия:

  (3)

 (4)

из уравнения (4) находим

 кН.

 Подставляя найденное значение *R2* в уравнение (3), получаем

 кН

**Вывод:** Значения реакций R1 и *R2,* полученные при решении уравнений (1) и (2), совпадают по величине и направлению со значениями, найденными из уравнений (3) и (4), следовательно, задача решена правильно.

**Варианты заданий**.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** **варианта** | Сила*F, кН* | **№** **варианта** | Сила*F, кН* |
| **1** | *10* | **20** | *200* |
| **2** | *20* | **21** | *210* |
| **3** | *30* | **22** | *220* |
| **4** | *40* | **23** | *230* |
| **5** | *50* | **24** | *240* |
| **6** | *60* | **25** | *250* |
| **7** | *70* | **26** | *260* |
| **8** | *80* | **27** | *270* |
| **9** | *90* | **28** | *280* |
| **10** | *100* | **29** | *290* |
| **11** | *110* | **30** | *300* |
| **12** | *120* | **31** | *310* |
| **13** | *130* | **32** | *320* |
| **14** | *140* | **33** | *330* |
| **15** | *150* | **34** | *340* |
| **16** | *160* | **35** | *350* |
| **17** | *170* | **36** | *360* |
| **18** | *180* | **37** | *370* |
| **19** | *190* | **38** | *380* |

**Лекция №3 Произвольная плоская система сил. Балочные системы.**

**Цель:** Изучить произвольную плоскую систему сходящихся сил и ее равновесие.

**Плоская система произвольно расположенных сил и условие ее равновесия**

***Приведение силы к данной точке*** заключается в том, что рассматриваемую силу *F* переносят параллельно самой себе в произвольно выбранную точку *О.* Для того чтобы механическое состояние тела не измени­лось, силу *F'* уравновешивают силой *F"* (рис. 1.20). В результате приведения силы *F* к точке *О* получи­лась система сил, состоящая из силы *F'*, равной и параллельной данной силе *F* , и пары сил (*F* и *F"),* момент которой равен моменту данной силы *F* от­носительно точки *О:*

***М = M0(F).***

**Плоской системой произвольно расположенных сил** называется система сил, линии, действия которых лежат в одной плоскости, но не пересекаются в одной точке (рис. 1.21). Для того чтобы привести данную систему произвольно расположенных сил к произвольно выбранной точке *О* (см. рис. 1.21), необходимо:

1. перенести по очереди каждую силу в эту точку;
2. уравновесить силы (*F1', F2’, F3’)* силами. (*F1'’, F2’’, F3’’)*

В результате приведения сил (*F1*, *F2, F3*) к точке *О* получили новую сис­тему сил, состоящую из плоской системы сходящихся сил (*F1,F2,F3),* кото­рые равны и параллельны данным силам, т.е.

 **F1'= F1 , F2,= F2’, F3' = F3*****.* (1.1)**

Эту вновь полученную систему сходящихся сил (1.1) заменяем равнодей­ствующей силой, которая равна геометрической сумме данных сил и назы­вается **главным вектором системы:**

**В** результате приведения получили еще одну систему пар сил



 (1.2)

моменты которых равны моментам данных сил

относительно точки *О,* т.е.

Вновь полученную систему пар сил (1.2) заменим одной равнодейству­ющей парой, момент которой равен алгебраической сумме моментов слага­емых пар сил и называется **главным моментом системы:**



Таким образом, для того чтобы тело под действием плоской системы про­извольно расположенных сил находилось в равновесии, необходимо, чтобы главный вектор и главный момент системы были равны нулю:

Выразив главный вектор вновь полученной системы сходящихся сил в аналитической форме, получим два уравнения равновесия:



Главный момент системы заменим алгебраической суммой моментов дан­ных сил относительно точки приведения:

Таким образом, получаем **условие равновесия плоской системы произволь­но расположенных сил:** *алгебраическая сумма проекций всех сил на оси х и у должна быть равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относи­тельно точки приведения должна быть равна нулю, т.е.*

**Балочные опоры и их реакции.**

**Балка** — это элемент конструкции, который имеет длину гораздо больше поперечных размеров и несет на себе поперечные нагрузки.

При расчете балок на прочность при изгибе учитываются не только внеш­ние нагрузки, но и реакции со стороны опор балок.

Существуют три типа балочных опор:

1) *шарнирно-подвижная* (рис. 1.28). Дает возможность балке вращаться вокруг центра шарнира и перемещаться в горизонтальном направлении. Для этой опоры известны точка приложения реакции (находится в центре
шарнира) и направление реакции (направлена перпендикулярно поверхно­сти опоры). Неизвестна только величина реакции;

2) *шарнирно-неподвижная* (рис. 1.29). Позволяет балке поворачиваться вокруг оси шарнира, но не дает возможности перемещаться в горизонталь­ном направлении. Для этой опоры известна только точка приложения ре­акции (находится в центре шарнира). Неизвестны величина и направ­ление реакции. Поэтому для данной опоры необходимо найти две состав­ляющие реакции: *Rx* и *Ry;*

3) *с жестким защемлением,* или *заделка* (рис. 1.30). Не позволяет бал­ке ни поворачиваться, ни переме­щаться. О реакции этой опоры ниче­го не известно. Поэтому для этой опоры необходимо найти три состав­ляющие реакции: ***Rx,*** *Ry, M.*



**Лекция №4. Пространственная система сил.**

 **Определение координат центра тяжести.**

**Цель:** Изучить пространственную систему сил и методы определения координат центров тяжести.

**Пространственной системой сходящихся** **сил** называется система сил, линии действия которых не лежат в одной плоскости, но пе­ресекаются в одной точке. Равнодейству­ющая такой системы сил изображается диа­гональю прямоугольного параллелепипеда, построенного на этих силах как на сторонах (рис. 1.22).

**Условие равновесия пространственной си­стемы сходящихся сил:** алгебраическая сум­ма проекций всех сил на три взаимно пер­пендикулярные оси координат должны быть равны нулю, т.е.



Для того чтобы найти момент силы *F* относительно оси *z,* надо спроек­тировать силу *F* на плоскость *Н,* перпендикулярную оси *z* (рис. 1.23), затем найти момент проекции FH относительно точки *О,* которая является точкой пересечения плоскости *Не* осью *z.* Момент проекции *FH* и будет являться мо­ментом силы *F* относительно оси *z'.*

Моменты сил, перпендикулярных или параллельных оси *z,* будут равны нулю (рис. 1.24).



**Пространственной системой произвольно расположенных сил** называется система сил, линии, действия которых не лежат в одной плоскости и не пересекаются в одной точке. Равнодействующая такой системы сил также равна геометрической сумме этих сил, но изображается диагональю сложных объемных фигур (тетраэдр, октаэдр и т.д.).

 **Условие равновесия пространственной сис­темы произвольно расположенных сил:** алгебра­ическая сумма проекций всех сил на три взаимно перпендикулярные оси ко­ординат должна быть равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно тех же осей координат должна быть равна нулю, т.е.

**Центры тяжести**

**Сила тяжести** — это сила, с которой тело притягивается к земле. **Центр тяжести** — это точка приложения силы тяжести (рис. 1.32). Положение центра тяжести простых геометрических фигур: 1) в прямоугольнике, квадрате, ромбе, параллелограмме — на пе­ ресечении диагоналей (рис. 1.33);

2) в треугольнике — на пересечении медиан (рис. 1.34):



3) в круговом секторе или полукруге — в точке с координатами:

4)в конусе или полной пирамиде — на 1/3 высоты от основания (рис. 1.36):

Положение центра тяжести плоских фигур прокатных профилей:

1) в балке двутавровой (рис. 1.37) — в точке c координатами

***хс=0, yc=h/2,***

где *h —* высота двутавра.

2) в швеллере (рис. 1.38) — в точке с координатами ***xc = z0, yc=h/2,***

где *h —* высота швеллера;

 *Z0* — расстояние от центра тяжести и *ус* до наруж­ной грани стенки;

3) в равнополочном уголке (рис. 1.39) — в точке с координатами ***XC = YC = Z0***

Если плоская фигура имеет неправильную геометрическую форму, то центр тяжести такой фигуры можно определить двумя способами:

1)методом подвешивания фигуры на острие;

2) теоретическим методом. *Рис.1.37*

В этом случае плоская фигура разбивается на определенное количество элементарных фигур, имеющих правильную гео­метрическую форму. Затем определяется положение центра тяжести и пло­щади каждой элементарной фигуры. Для того чтобы найти координаты цен­тра тяжести заданной сложной фигуры, используются следующие формулы:

где *Аi* — площади элементарных фигур, на которые разбита сложная фи­гура;

 *хi ; уi —* координаты центра тяжести каждой элементарной фигуры от­носительно случайных осей *X* и *Y.*

**Тест – задания для самопроверки по лекциям № 3 - 4**

|  |
| --- |
| 11. Поясните цель приведение силы к точке – |
| 12.Чем отличается произвольная система сил от плоской системы сил (пояснить формулами) **–**  |
| 13. Определите суммарную силу шарнирно-неподвижной опоры если известно Rx = 8 кН ; Ry = 6 кН |
| 14. В чём состоит сущность условия равновесия пространственной системы сил |
| 15. В чем отличие главного вектора системы сил от равнодействующей силы системы сил  |
| 16. В чем отличие и в чем сходство между шарнирно-неподвижной опорой и шарнирно – подвижной опорой? |
| 17. Запишите основную форму уравнений равновесия балочной системы  |
| 18.Как определяется момент силы расположенной в пространстве относительно оси перпендикулярной заданной плоскости  |
| 19. зарисуйте рисунок характеризующий геометрическое условие равновесия пространственной системы сил |
| 20. Запишите уравнения равновесия пространственной системы сил |
| 21. Как определить координаты центра тяжести плоской конструкции если известны площади элементарных фигур из которых состоит конструкция  |

**Задача №2 (подставь и посчитай)**

***Определение реакций опор двухопорной кран балки.***

 Определить реакции двухопорной кран балки, нагруженной внешними силами

Дано: *q* = кН/м *М* = кН·м *F* = кН

Найти : *RAx, RAy, RC*

Решение

 

1. Строим расчетно-графическую схему,

 под схемой балки проводим прямую, параллельную ее оси, и к этой прямой переносим все действующие нагрузки, а вместо опор изображаем их реакции

На участке *АВ* действует равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью *q.*

При решении эту нагрузку заменим равнодействующей силой *Q* :

***Q = q·****AB* ***=*** *· 2* ***=* кН**

1. .Проводим оси координат ось *х* вдоль оси балки, ось *у* перпендикулярно ей.
2. .Составляем три уравнения равновесия

 

*для двухопорной балки* сначала составляют *уравнение момента,* причем относительно той или другой точки, где приложены неизвестные ре­акции.

4. Решаем уравнения равновесия относительно неизвестных реакций опор балки:

   (1)

 Из (1)  кН

   (2)

 Из (2)  кН

 Из (3)  кН

5.Проверка. Составим еще одно уравнение равновесия, которое не использо­валось при решении задачи:

  (4)

 Из (4) 

Ответ: *RС* =  *кН*; *RAy=* кН; *RAx=*  кН

**Варианты заданий**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** **варианта** | Сила*F, кН* | Момент*М*, кНм | Распределен-ная нагрузка*q ,кН/м* | **№** **варианта** | Сила*F, кН* | Момент*М*, кНм | Распределен-ная нагрузка*q ,кН/м* |
| **1** | *11* | *83* | *5* | **20** | *30* | *91* | *7* |
| **2** | *12* | *73* | *10* | **21** | *31* | *81* | *17* |
| **3** | *13* | *63* | *15* | **22** | *32* | *71* | *27* |
| **4** | *14* | *53* | *20* | **23** | *33* | *61* | *37* |
| **5** | *15* | *43* | *25* | **24** | *34* | *51* | *47* |
| **6** | *16* | *33* | *30* | **25** | *35* | *41* | *57* |
| **7** | *17* | *23* | *35* | **26** | *36* | *31* | *67* |
| **8** | *18* | *13* | *40* | **27** | *37* | *21* | *87* |
| **9** | *19* | *102* | *45* | **28** | *38* | *11* | *97* |
| **10** | *20* | *92* | *50* | **29** | *39* | *100* | *107* |
| **11** | *21* | *82* | *55* | **30** | *40* | *90* | *8* |
| **12** | *22* | *72* | *60* | **31** | *41* | *80* | *18* |
| **13** | *23* | *62* | *65* | **32** | *42* | *70* | *28* |
| **14** | *24* | *52* | *70* | **33** | *43* | *60* | *38* |
| **15** | *25* | *42* | *75* | **34** | *44* | *50* | *48* |
| **16** | *26* | *32* | *80* | **35** | *45* | *40* | *58* |
| **17** | *27* | *22* | *85* | **36** | *46* | *30* | *68* |
| **18** | *28* | *12* | *90* | **37** | *47* | *20* | *78* |
| **19** | *29* | *101* | *95* | **38** | *48* | *10* | *98* |
|  |  |  |  |  |  |  |  |